L.KAYRIDINE JANOURA
MR : AMMAR BOUAJILA
GSM :92 741 567

FONCTIONS AFFINES.

$1^{ère}$ année | 2015/2016

COURS.

I- Définition.

1°) Généralités.

Soit a et b deux nombres réels donnés fixes.

La fonction affine f est la fonction qui, à un nombre x, associe le nombre $ax + b$.

On note : $f: x \mapsto ax + b$. ou $f(x) = ax + b$.

Pour calculer l'image d'un nombre, on le multiplie par a puis on ajoute b.

2°) Exemple.

La fonction $f: x \mapsto 3x - 5$ est une fonction affine.

Le coefficient a vaut 3 et le coefficient b vaut - 5.

L'image de - 3 est - 14 car $f(-3) = 3 \times (-3) - 5 = -14$.

L'image de $\frac{3}{4}$ est $-\frac{11}{4}$ car $f\left(\frac{3}{4}\right) = 3 \times \frac{3}{4} - 5 = \frac{9}{4} - \frac{20}{4} = -\frac{11}{4}$.

L'antécédent de 12 est $\frac{17}{3}$ car $3x - 5 = 12$

$3x = 12 + 5$

$x = \frac{17}{3}$.

L'antécédent de 7,6 est 4,2 car $3x - 5 = 7{,}6$

$3x = 7{,}6 + 5$

$x = \frac{12{,}6}{3} = 4{,}2$.

3°) Cas particuliers.

- Si $b = 0$, la fonction $x \mapsto ax + b$ devient alors $x \mapsto ax$. C'est une fonction linéaire.
  Toutes les fonctions linéaires sont donc des fonctions affines particulières.

- Si $a = 0$, la fonction $x \mapsto ax + b$ devient alors $x \mapsto b$.
  Or b est un nombre fixe. Par cette fonction, tous les nombres ont la même image.
  On dit que cette fonction est une fonction constante.

- Si $a = 0$ et $b = 0$, la fonction $x \mapsto ax + b$ devient alors $x \mapsto 0$.
  On dit que cette fonction est la fonction nulle.

II- Représentation graphique d'une fonction affine.

On admet que la représentation d'une fonction affine est une droite.

On considère la fonction affine f :$x \longmapsto ax + b$.

La représentation graphique de la fonction f est on appelle (d) la droite d'équation $y = ax + b$

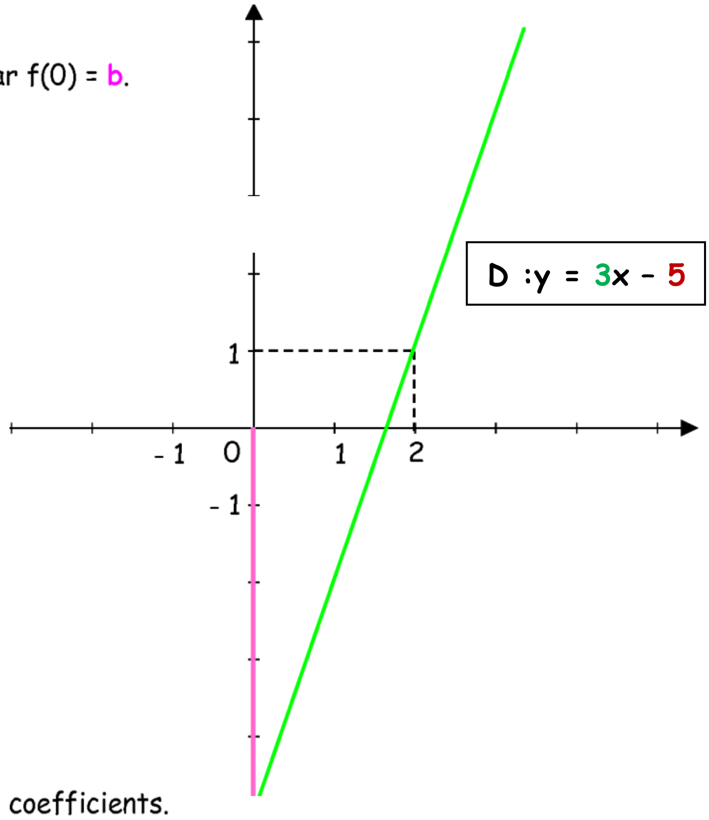
Rem. : ✱ Pour pouvoir tracer une droite, il faut connaître au moins 2 points de celle-ci. Il suffit donc de choisir (comme on veut) deux valeurs de x et de calculer leur image pour pouvoir tracer la droite.

✱ **a** s'appelle le **coefficient directeur** de la droite.
b s'appelle l'**ordonnée à l'origine** de la droite. Car f(0) = **b**.

exp. : Reprenons la fonction affine f: $x \mapsto 3x - 5$.

La représentation graphique de la fonction f est la droite(d) la droite d'équation y = 3x − 5

x	0	2
y	f(0) = - 5	f(2) = 1



III- Déterminer une fonction affine.

Déterminer une fonction affine c'est déterminer ses coefficients.

1°/ Déterminer une fonction affine connaissant deux images et leurs antécédents

Sachant que f est affine, on peut l'écrire sous la forme : f(x)=ax+b

✱ **On détermine la valeur de a en utilisant la formule :** $a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

✱ **On détermine b en résolvant l'une des deux équations**

$$f(x_1)=ax_1+b \quad \text{ou} \quad f(x_2)=ax_2+b$$

exp. ① : Déterminer la fonction affine g telle que g(4) = 5 et g(2) = - 1.

rép. : g est une fonction affine donc on cherche a et b pour que $g(x) = a\,x + b$.

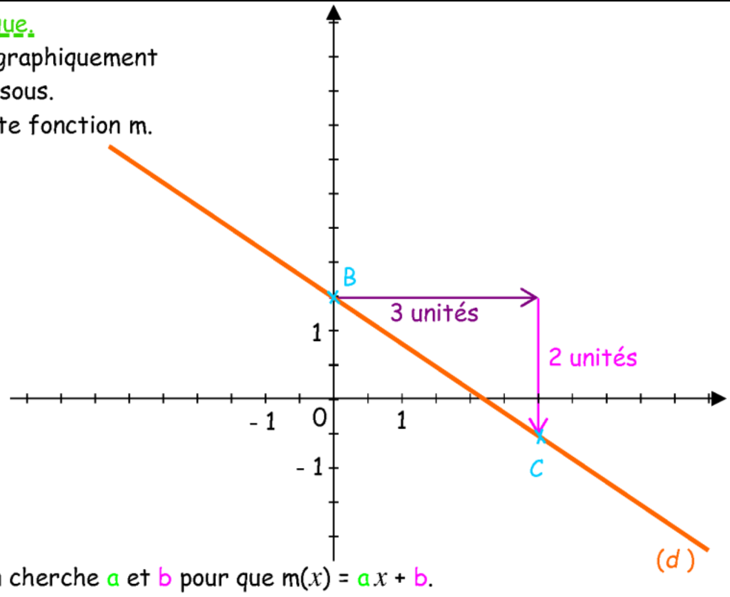
pour a : $a = \dfrac{g(4) - g(2)}{4 - 2} = \dfrac{5 - (-1)}{4 - 2} = 3$

Pour b:
4a + b = 5
4 × 3 + b = 5
b = 5 - 12 = - 7

Donc la fonction est g: $x \mapsto 3x - 7$.

2°) A l'aide de la représentation graphique.

exp. : La fonction affine m est représentée graphiquement par la droite (*d*) dans le repère ci-dessous.
Déterminer, à l'aide du graphique, cette fonction m.



rép. : m est une fonction affine donc on cherche a et b pour que $m(x) = ax + b$.

✱ Pour trouver b, la droite (*d*) coupe l'axe des ordonnées au point B(0 ; 1,5).
D'où b = 1,5.

✱ On cherche 2 points dont les coordonnées sont facilement lisibles: B(0 ; 1,5) et C(3 ; - 0,5).

Comme la droite(d) passe par B(0;1,5) alors m(0)=1,5
Comme la droite(d) passe par C(3;-0,5) alors m(3)=-0,5 } **d'où a=** $\frac{m(3) - m(0)}{3 - 0}$ **=-2/3**

Et par suite m(x)= $-\frac{2}{3}x + 1,5$

AUTRE EXEMPLE

: Déterminer la fonction affine h telle que sa représentation graphique passe par les points A(2 ; 3) et B(8 ; 6).

rép. : h est une fonction affine donc on cherche a et b pour que $h(x) = ax + b$.

1ère méthode

A(2 ;3) et B(8 ;6)deux points de la représentation graphique de h signifie $\begin{cases} h(2) &= 3 \\ h(8) &= 6 \end{cases}$

✱ **avec la même méthode on cherche le coefficient a on trouve a= 0,5**

✱ **Pour chercher b** $\left.\begin{matrix} h(2) &= &3 \\ h(2) &= &2a+b \end{matrix}\right\}$ **signifie 2a+b=3 Signifie b=3-2a=3-2×0,5= 2**

D'où h(x)=0,5x+2

2ème méthode

On cherche l'équation de la droite (AB) représentation graphique de h

on a (AB) D'équation y=ax+b ✱ a s'appelle le coefficient directeur de la droite. **ou bien pente**
b s'appelle l'ordonnée à l'origine de la droite.

✱ **On calcul toujours a par cette formule** $a=\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ **on trouve a=0,5**

✱ **Pour déterminer b : b=** $y_A - ax_A$ **(ou bien b=** $y_B - a.x_B$ **) on trouve b= 2**
alors (AB) :y=0,5x+2 D'où h(x)=0,5x+2

Remarque (intersection avec axes de repère)

une droite coupe l'axe des abscisses et des ordonnées aux points respectivement des coordonnées (x ,0) et (0,y) pour déterminer "x" il suffit de remplacer "y" par 0 dans l'équation y=ax+b et pour trouver "y" il suffit de remplacer "x" par 0 dans la même équation